

Fonctions de la variable complexe

TD

Octobre 2024

1 Fonctions multiformes

I. Soit la fonction multiforme:

$$f(z) = (z - 1)^{\frac{1}{3}} \quad (1)$$

- Quelle est la forme générale des déterminations de rang k de la fonction f ?
- Définir la détermination qui prend la valeur $2^{\frac{1}{3}}$ au point $z = 3$ et qui admet pour domaine de définition \mathbb{C} privé de $] - \infty, 1]$.
- Quelles sont les valeurs de cette détermination sur les bords supérieurs et inférieurs de la coupure.

II. Soit la fonction multiforme:

$$f(z) = (z - 1)^{\frac{1}{2}} \log(3 - z) \quad (2)$$

- Quelle est la forme générale des déterminations de rang k de la fonction f ?
- Définir la détermination qui prend la valeur $-i\pi\sqrt{3}$ au point $z = 4$ et qui admet pour domaine de définition \mathbb{C} privé de $] - \infty, 3]$.
- Quelles sont les valeurs de cette détermination sur les bords supérieurs et inférieurs de la coupure.

2 Fonctions holomorphes

$$f(z) = \begin{cases} \frac{\bar{z}^2}{|z|}, & z \neq 0 \\ 0, & z = 0 \end{cases} \quad (3)$$

Est-ce que f est holomorphe ?

Soit

$$V(x, y) = xy^2 - \frac{1}{3}x^3 \quad (4)$$

Trouver U tel que $f(z) = U(x, y) + iV(x, y)$ soit holomorphe.